7. tétel

DAG, top.sor, PERT

**Def dag:** A G=(V,E) irányított gráf aciklikus (tehát dag), ha G nem tartalmaz irányított kört.

**Def. topologikus sorrend:** irányított gráf csúcsainak topologikus sorrendje alatt a csúcsok olyan sorrendjét értjük, amire igaz, hogy minden irányított él a sorban előbb álló csúcsból a sorban később álló csúcsba vezet.

**Tétel: G irányított gráfnak DAG <==>V(G) nek létezik topologikus sorrendje**

**BIZ:**

<= tfh létezikk topologikus sorrend, látjuk hogy ekkor G az DAG

=>tfh G az DAG, majd futtassunk rajta egy DFS-t, ekkor látjuk, hogy a DFS-ben nincs visszaél, tehát b(u)>b(v) teljesül minden G uv élére, tehát a befejezési sorrend megfordítása a topologikus sorrend.

Tehát, aciklikusság egy DFS futtatásával könnyen eldönthető. Amennyiben a DFS futtatása után van visszaél, G nek van irányított köre, tehát nem DAG.

Topologikus sorrendet „forrástörléses” módszerrel is lehet keresni

**Leghosszabb út keresése DAG-ban: (dinamikus programozás)**

**Input:** G (V,E) ami DAG, és egy hosszfv

**Output:** leghosszabb utak gráfja

1, topologikus sorrend megkeresése

2, topologikus sorrend mentén megkeressük az individuális csúcsokba vezető leghosszabb utat a gyökértől.

**Dinamikus programozás helyessége:**

Ha a vi-be vezető leghosszabb út utolsó előtti csúcsa vj, akkor f(vi)=f(vj)+l(vjvi).

**PERT probléma:**

”bizonyos tevékenységekből álló projektet kell végrehajtani”

**Precedencia feltételek:** bizonyos (u,v) párok esetén előírás, hogy az u tevékenységet a v előtt kell elvégezni, ezért v az u kezdetét követően c(uv) időkorlát elteltével kezdhető el csak. (ház építését nem kezded a tetőszerkezettel)

**Cél:** minden tevékenységhez olyan k(v) ≥ 0 kezdési időpontot meghatározni, ami nem sérti meg a precedencia feltételeket, és a projekt végrehajtási ideje (tehát a legnagyobb k(v) érték) minimális.

G irányított gráf csúcsai a tevékenységek és élei a precedencia feltételek, az uv él hossza a c(uv).

**Tehát:**

1, ha G nem dag akkor nem hajtható végre a projekt

2, ha G DAG a tevékenységek kezdési időpontja a tevékenységbe vezető leghosszabb út hossza.

**PERT megoldása:** minden csúcsba a leghosszabb út meghatározása

**Kritikus út:** G-nek a leghosszabb útja. (nem csak 1 lehet)

**Kritikus tevékenység:** a kritikus út csúcsai.

Miért kritikus? Tfh házépítés, ha az alap elkészítése nincs meg időben, akkor minden csúszik, mert alap nélkül nem építesz (jó) házat.